

Лінійна Модель для Оптимізації Потокорозподілу Регіональної Енергосистеми

Петро Стецюк, Ольга Хом'як

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

XXVIII Міжнародний науково-практичний семінар
«Комбінаторні конфігурації та їхнє застосування»

7-9 травня 2026 року
Кропивницький-Запоріжжя, Україна

У доповіді представимо математичну модель задачі для оптимізації поточкорозподілу в електроенергетичній системі за умови виникнення некерованого дефіциту потужності. Модель представлено задачею лінійного програмування.

Математична модель відноситься

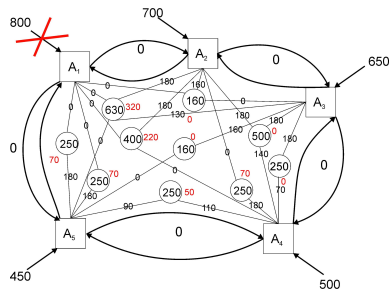
до класу моделей про мережевий потік мінімальної вартості з обмеженнями на пропускні здатності ребер.

План

- 1 Історія Задачі
- 2 Постановка Задачі
- 3 ЛП-задача та її Властивості
- 4 Модельні Розрахунки

Зміст

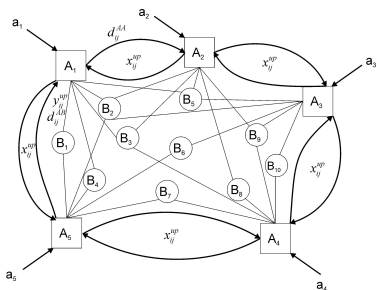
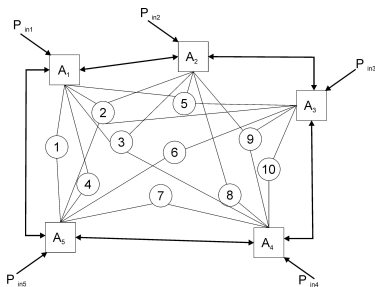
- 1 Історія Задачі
- 2 Постановка Задачі
- 3 ЛП-задача та її Властивості
- 4 Модельні Розрахунки



◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡

Потоки потужності в енергетичній мережі

Узагальнена блок-схема та графічна інтерпретація розподілу потоків потужності в модельній електроенергетичній системі [1]



[1] Каплун В., Гай О., Стецюк П., Івлічев А. Забезпечення оптимальних сценаріїв диспетчеризації регіональних енергосистем в умовах некерованого дефіциту потужності. *Machinery & Energetics*. 2023. 14(2).

Модельна задача: $x^{\text{up}} = 800$, $y^{\text{up}} = 180$

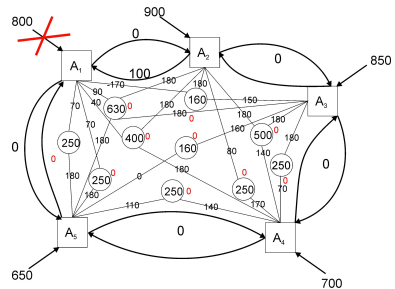
Вузли А	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅					
МВА	800	700	650	500	450					
Вузли В	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇	B ₈	B ₉	B ₁₀
МВА	250	630	400	250	160	160	250	250	500	250
ЛЕП	A ₁ A ₂	A ₂ A ₃	A ₃ A ₄	A ₄ A ₅	A ₅ A ₁	A ₁ B ₁	A ₁ B ₂	A ₁ B ₃	A ₁ B ₄	A ₁ B ₅
d_{ij}	35	70	50	25	65	13	7	9	15	20
ЛЕП	A ₂ B ₂	A ₂ B ₃	A ₂ B ₅	A ₂ B ₈	A ₂ B ₉	A ₃ B ₂	A ₃ B ₅	A ₃ B ₆	A ₃ B ₉	A ₃ B ₁₀
d_{ij}	12	15	5	20	15	22	15	20	6	11
ЛЕП	A ₄ B ₃	A ₄ B ₇	A ₄ B ₈	A ₄ B ₉	A ₄ B ₁₀	A ₅ B ₁	A ₅ B ₂	A ₅ B ₄	A ₅ B ₆	A ₅ B ₇
d_{ij}	25	18	6	17	10	7	17	3	18	13

Таблиця 1. Параметри електроенергетичної схеми

Два варіанти оптимізаційної задачі (2023)

Розрахунки в [1] дозволили отримати оптимальний розподіл потоків енергії та значення ефективності цього розподілу (мінімальний момент потужності) за умови забезпечення нормальної роботи модельної електроенергетичної системи. Розглянуто також варіант із повним знеструмленням вхідних ліній, що живлять вузол A1, зі збереженням його працездатності та незмінними лімітами вузлів A2, A3, A4, A5.

[1] Каплун В., Гай О., Стецюк П., Івлічев А. Забезпечення оптимальних сценаріїв диспетчеризації регіональних енергосистем в умовах некеерованого дефіциту потужності. Machinery & Energetics. 2023. 14(2).



A set of small navigation icons typically found in Beamer presentations, including symbols for back, forward, search, and other slide controls.

Розширення оптимізаційної задачі (2025)

В роботах [2, 3] математичні моделі задач оптимізації розширені на випадок оптимального перерозподілу потужності вузла A_1 (або будь-якого іншого) між іншими вузлами.

[2] Каплун В., Войтенко В., Стецюк П., Хом'як О. Балансування мікроенергосистем з адресним потокорозподілом потужності та мінімізацією втрат електроенергії. Збірник тез доповідей за матеріалами III міжнародної науково-практичної конференції «Цифрові технології в енергетиці і автоматичі». Київ, 6 червня 2025 р. С. 23-25.

[3] Стецюк П.І., Хом'як О.М. Оптимізаційні моделі балансування регіональної енергосистеми за умов знеструмлення магістральних вузлів. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2025. No 6. С. 35–45.

Зміст

- 1 Історія Задачі
- 2 Постановка Задачі**
- 3 ЛП-задача та її Властивості
- 4 Модельні Розрахунки

Постачальники та Споживачі

A – множина постачальників, B – множина споживачів,
 n_A – кількість постачальників, n_B – кількість споживачів.

a_i^0 – наявний обсяг продукції у постачальника $i \in A$,
 Z_A – сумарний доданий обсяг продукції для постачальників,
 z_i^{low} – нижня межа на доданий обсяг продукції для $i \in A$,
 z_i^{up} – верхня межа на доданий обсяг продукції для $i \in A$

b_j – необхідна продукція споживача $j \in B$

Зв'язки між Постачальниками та Споживачами

Нехай $E_{AA} \subset A \times A$ – множина ребер, яка задає зв'язки між постачальниками, а $E_{AB} \subset A \times B$ – множина ребер, яка задає зв'язки між постачальниками та споживачами, m_{AA} – кількість ребер E_{AA} , m_{AB} – кількість ребер E_{AB} .

Для кожного ребра ij задані вартості пересилання одиниці потоку (довжина ребра) $d_{ij}^{AA} = d_{ji}^{AA}$, $ij \in E_{AA}$ та $d_{ij}^{AB} = d_{ji}^{AB}$, $ij \in E_{AB}$ і верхні межі $x_{ij}^{up} = x_{ji}^{up}$, $ij \in E_{AA}$ та $y_{ij}^{up} = y_{ji}^{up}$, $ij \in E_{AB}$ для потоків, які можна пересилати тільки в одному напрямку, тобто або дугою ij або дугою ji .

Зміст оптимізаційної задачі

Задача полягає у знаходженні

мінімальної сумарної вартості пересилання потоків в мережі за умов дотримання верхніх меж на потоки по ребрах, повного використання продукції постачальників, максимального забезпечення потреб споживачів.

Вартість пересилання по ребру ij потоку обсягом p_{ij} є рівною $d_{ij}^{AA} p_{ij}$ для $ij \in E_{AA}$ та $d_{ij}^{AB} p_{ij}$ для $ij \in E_{AB}$.

Потокові змінні: x_{ij}^+ , x_{ij}^- та y_{ij}^+ , y_{ij}^-

$x_{ij}^+ \geq 0$; $x_{ij}^- \geq 0$, $ij \in E_{AA}$ – невідомі обсяги потоків в мережі “постачальники–постачальники”,

$y_{ij}^+ \geq 0$; $y_{ij}^- \geq 0$, $ij \in E_{AB}$ – невідомі обсяги потоків в мережі “постачальники–споживачі”.

Знак “+” означає напрям потоку від вершини i до вершини j , а знак “-” означає напрям потоку від вершини j до вершини i .

Інші змінні: z_i , u_{ij} та v_{ij}

$z_i \geq 0$ – невідомий обсяг продукції у постачальника $i \in A$,
 $z_i^{low} \leq z_i \leq z_i^{up}$, де z_i^{low} та z_i^{up} – задані нижні та верхні межі.

$u_{ij} \geq 0$, $ij \in E_{AA}$ – невідомі обсяги продукції, які додано до
 верхніх меж на потоки для ребер E_{AA} ,
 $v_{ij} \geq 0$, $ij \in E_{AB}$ – невідомі обсяги продукції, які додано до
 верхніх меж на потоки для ребер E_{AB} .

За допомогою управління додатними штрафними коефіцієнтами P_{AA} та P_{AB} змінні u_{ij} та v_{ij} використовуються для виявлення «вузьких місць» у мережі, коли пересилання необхідних обсягів потоків в мережі забезпечити неможливо.

Кількість змінних у задачі

Всього $n = n_A + 3(m_{AA} + m_{AB})$, з яких

n_A неперервних змінних $z = \{z_i\} \quad \forall i \in A$,

$3m_{AA}$ неперервних змінних $x = \{x_{ij}^+, x_{ij}^-\}$, $u = \{u_{ij}\} \quad \forall ij \in E_{AA}$,

$3m_{AB}$ неперервних змінних $y = \{y_{ij}^+, y_{ij}^-\}$, $v = \{v_{ij}\} \quad \forall ij \in E_{AB}$.

Зміст

- 1 Історія Задачі
- 2 Постановка Задачі
- 3 ЛП-задача та її Властивості**
- 4 Модельні Розрахунки

Задача лінійного програмування (1)–(8)

$$F^* = \min_{x,y,u,v,z} \left\{ \begin{aligned} F = & \sum_{ij \in E_{AA}} (d_{ij}^{AA} (x_{ij}^+ + x_{ij}^-) + P_{AA} u_{ij}) \\ & + \sum_{ij \in E_{AB}} (d_{ij}^{AB} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) + P_{AB} v_{ij}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\sum_{j: ij \in E_{AA}} (x_{ij}^+ - x_{ij}^-) - \sum_{j: ji \in E_{AA}} (x_{ji}^+ - x_{ji}^-) + \sum_{j: ij \in E_{AB}} (y_{ij}^+ - y_{ij}^-) = a_i^0 + z_i, \quad \forall i \in A, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in A} z_i = Z_A, \quad z_i^{\text{low}} \leq z_i \leq z_i^{\text{up}}, \quad \forall i \in A, \quad (3)$$

$$\sum_{i: ij \in E_{AB}} (y_{ij}^+ - y_{ij}^-) \leq b_j, \quad \forall j \in B, \quad (4)$$

$$x_{ij}^+ \leq x_{ij}^{\text{up}} + u_{ij}, \quad x_{ij}^- \leq x_{ij}^{\text{up}} + u_{ij}, \quad i, j \in A, \quad ij \in E_{AA}, \quad (5)$$

$$y_{ij}^+ \leq y_{ij}^{\text{up}} + v_{ij}, \quad y_{ij}^- \leq y_{ij}^{\text{up}} + v_{ij}, \quad i \in A, \quad j \in B, \quad ij \in E_{AB}, \quad (6)$$

$$x_{ij}^+ \geq 0, \quad x_{ij}^- \geq 0, \quad u_{ij} \geq 0, \quad i, j \in A, \quad ij \in E_{AA}, \quad (7)$$

$$y_{ij}^+ \geq 0, \quad y_{ij}^- \geq 0, \quad v_{ij} \geq 0, \quad i \in A, \quad j \in B, \quad ij \in E_{AB}. \quad (8)$$

Цільова функція задачі (1) – (8)

$$F^* = \min_{x,y,u,v,z} \{F = M(x,y) + P(u,v)\} \quad (1)$$

$$M(x,y) = \sum_{ij \in E_{AA}} d_{ij}^{AA} (x_{ij}^+ + x_{ij}^-) + \sum_{ij \in E_{AB}} d_{ij}^{AB} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-)$$

$$P(u,v) = P_{AA} \sum_{ij \in E_{AA}} u_{ij} + P_{AB} \sum_{ij \in E_{AB}} v_{ij}$$

Тут $M(x,y)$ – сумарна вартість пересилання потоків у мережі, а $P(u,v)$ – штрафи за корекції верхніх меж на потоки. За допомогою $M(x,y)$ мінімізується вартість пересилання потоків (**момент потужності в електроенергетичних задачах**), а за допомогою $P(u,v)$ визначаємо, наскільки необхідно збільшити верхні межі пропускної здатності потоків у разі несумісності системи обмежень (2) – (8).

Балансові обмеження задачі (1)–(8)

$$\sum_{j: ij \in E_{AA}} (x_{ij}^+ - x_{ij}^-) - \sum_{j: ji \in E_{AA}} (x_{ji}^+ - x_{ji}^-) + \sum_{j: ij \in E_{AB}} (y_{ij}^+ - y_{ij}^-) = a_i^0 + z_i, \quad \forall i \in A, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in A} z_i = Z_A, \quad z_i^{\text{low}} \leq z_i \leq z_i^{\text{up}}, \quad \forall i \in A, \quad (3)$$

$$\sum_{i: ij \in E_{AB}} (y_{ij}^+ - y_{ij}^-) \leq b_j, \quad \forall j \in B. \quad (4)$$

Лінійні рівності (2) означають, що кожний постачальник пересилає споживачам увесь обсяг продукції, що включає як його власні наявні ресурси, так і частину продукції, отриманої за рахунок розподілу між усіма постачальниками Z_A одиниць продукції згідно обмежень (3). Лінійні нерівності (4) означають, що кожен із споживачів може недоотримати необхідний обсяг продукції.

Верхні та нижні межі в задачі (1)–(8)

$$\begin{aligned} x_{ij}^+ &\leq x_{ij}^{\text{up}} + u_{ij}, \\ x_{ij}^- &\leq x_{ij}^{\text{up}} + u_{ij}, \quad i, j \in A, ij \in E_{AA} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} y_{ij}^+ &\leq y_{ij}^{\text{up}} + v_{ij}, \\ y_{ij}^- &\leq y_{ij}^{\text{up}} + v_{ij}, \quad i \in A, j \in B, ij \in E_{AB} \end{aligned} \quad (6)$$

$$x_{ij}^+ \geq 0, \quad x_{ij}^- \geq 0, \quad u_{ij} \geq 0, \quad i, j \in A, ij \in E_{AA} \quad (7)$$

$$y_{ij}^+ \geq 0, \quad y_{ij}^- \geq 0, \quad v_{ij} \geq 0, \quad i \in A, j \in B, ij \in E_{AB} \quad (8)$$

Перша властивість задачі (1) – (8)

Твердження 1.

Якщо $\{(x_{ij}^+)^*, (x_{ij}^-)^*\}_{ij \in E_{AA}}$ та $\{(y_{ij}^+)^*, (y_{ij}^-)^*\}_{ij \in E_{AB}}$ – компоненти розв'язку задачі (1) – (8), то для них справедлива така рівність:

$$\sum_{ij \in E_{AA}} d_{ij}^{AA} \min\{(x_{ij}^+)^*, (x_{ij}^-)^*\} + \sum_{ij \in E_{AB}} d_{ij}^{AB} \min\{(y_{ij}^+)^*, (y_{ij}^-)^*\} = 0. \quad (9)$$

Рівність (9) гарантує, що оптимальні потоки в задачі (1) – (8)

пересилаються по ребрах E_{AA} та E_{AB} тільки в одному напрямі.

Друга властивість задачі (1)–(8)

Твердження 2 [3].

Якщо від кожного із постачальників існує хоча би один шлях до кожного із споживачів та виконуються такі умови:

$$1) \sum_{i \in A} z_i^{low} \leq Z_A \leq \sum_{i \in A} z_i^{up}, \quad 2) \sum_{i \in A} a_i^0 + Z_A \leq \sum_{j \in B} b_j,$$

то система обмежень (2)–(8) є сумісною.

[3] Стецюк П.І., Хом'як О.М. Оптимізаційні моделі балансування регіональної енергосистеми за умов знеструмлення магістральних вузлів. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2025. No 6. С. 35–45.

Третя властивість задачі (1) – (8)

Твердження 3 [3].

Нехай виконуються умови твердження 2, а штрафні коефіцієнти

$$P_{AA} = P_{AB} = \sum_{ij \in E_{AA}} d_{ij}^{AA} + \sum_{ij \in E_{AB}} d_{ij}^{AB}.$$

Якщо $P^* = 0$, то (x^*, y^*, z^*) – розв'язок задачі (1) – (8), який задовольняє верхні межі на обсяги потоків по ребрах мережі.

Якщо $P^* > 0$, то серед компонент векторів u^* та v^* є хоча би одна додатна компонента і задача (1) – (8) не має розв'язку, який задовольняє верхні межі на обсяги потоків по ребрах мережі.

[3] Стецюк П.І., Хом'як О.М. Оптимізаційні моделі балансування регіональної енергосистеми за умов знеструмлення магістральних вузлів. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2025. № 6. С. 35–45.

Зміст

- 1 Історія Задачі
- 2 Постановка Задачі
- 3 ЛП-задача та її Властивості
- 4 Модельні Розрахунки**

Солвер Gurobi, NEOS-сервер та AMPL

Розв'язання ЛП-задач (1) – (8) виконувалось за допомогою солвера Gurobi [4] з NEOS сервера [5] та AMPL (A Mathematical Programming Language) [6].

[4] Gurobi Optimization, Inc., Gurobi Optimizer Reference Manual, 2014. <http://www.gurobi.com/> (Дата звернення: 28.04.2026).

[5] NEOS Solver. <https://neos-server.org/> (Дата звернення: 28.04.2026)

[6] Fourer R., Gay D., Kernighan B. AMPL, A modeling language for mathematical programming. 2003. Belmont: Duxbury Press. 526 p.

Параметри модельної мережі Net-5-10-30

Вузли А	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅					
МВА	800	700	650	500	450					
Вузли В	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇	B ₈	B ₉	B ₁₀
МВА	250	630	400	250	160	160	250	250	500	250
ЛЕП	A ₁ A ₂	A ₂ A ₃	A ₃ A ₄	A ₄ A ₅	A ₅ A ₁	A ₁ B ₁	A ₁ B ₂	A ₁ B ₃	A ₁ B ₄	A ₁ B ₅
d_{ij}	35	70	50	25	65	13	7	9	15	20
ЛЕП	A ₂ B ₂	A ₂ B ₃	A ₂ B ₅	A ₂ B ₈	A ₂ B ₉	A ₃ B ₂	A ₃ B ₅	A ₃ B ₆	A ₃ B ₉	A ₃ B ₁₀
d_{ij}	12	15	5	20	15	22	15	20	6	11
ЛЕП	A ₄ B ₃	A ₄ B ₇	A ₄ B ₈	A ₄ B ₉	A ₄ B ₁₀	A ₅ B ₁	A ₅ B ₂	A ₅ B ₄	A ₅ B ₆	A ₅ B ₇
d_{ij}	25	18	6	17	10	7	17	3	18	13

Мережа включає 5 постачальників, 10 споживачів, 30 (5 + 25) ребер. Тут верхні межі на потоки $x^{\text{up}} = 800$, $y^{\text{up}} = 180$.

Вузли живлення	Варіант 1 ($M^* = 40020$)	Варіант 2 ($M^* = 48930$)	Варіант 3 ($M^* = 50050$)	Варіант 4 ($M^* = 49250$)
A_1	800	0	820=800+20	800
A_2	700	880=700+180	0	790=700+90
A_3	650	650	650	0
A_4	500	690=500+190	750=500+250	750=500+250
A_5	450	880=450+430	880=450+430	760=450+310

Нормальна робота (варіант 1), знеструмлення вузла A_1 (варіант 2), вузла A_2 (варіант 3), вузла A_3 (варіант 4). При цьому потужності знеструмлених вузлів розподіляються між задіяними вузлами.

Net-5-10-30: Оптимальні потокорозподіли

Варіант 1:

Нормальна робота,

Варіант 2:

Знеструмлення A_1 ,

Варіант 3:

Знеструмлення A_2 ,

Варіант 4:

Знеструмлення A_3 .

Н.В. Потужності

знеструмлених вузлів

розподіляються між

здіяними вузлами.

ЛЕП			Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3		Варіант 4	
	хур	dAA	x(+)	x(-)	x(+)	x(-)	x(+)	x(-)	x(+)	x(-)
A ₁ A ₂	800	35	0	0	0	90	160	0	0	0
A ₂ A ₃	800	70	0	0	0	0	0	0	0	0
A ₃ A ₄	800	50	0	0	0	0	0	0	0	100
A ₄ A ₅	800	25	0	0	0	0	0	0	0	0
A ₅ A ₁	800	65	0	0	0	0	0	0	0	0
	урр	dAB	y(+)	y(-)	y(+)	y(-)	y(+)	y(-)	y(+)	y(-)
A ₁ B ₁	180	13	180	0	70	0	70	0	180	0
A ₁ B ₂	180	7	180	0	90	0	180	0	180	0
A ₁ B ₃	180	9	180	0	40	0	180	0	180	0
A ₁ B ₄	180	15	180	0	70	0	70	0	100	0
A ₁ B ₅	180	20	80	0	0	180	160	0	160	0
A ₂ B ₂	180	12	180	0	180	0	90	0	180	0
A ₂ B ₃	180	15	180	0	180	0	40	0	180	0
A ₂ B ₅	180	5	80	0	180	0	0	180	180	0
A ₂ B ₈	180	20	80	0	70	0	70	0	70	0
A ₂ B ₉	180	15	180	0	180	0	140	0	180	0
A ₃ B ₁₀	180	11	170	0	130	0	110	0	70	0
A ₃ B ₂	180	22	140	0	180	0	180	0	90	0
A ₃ B ₅	180	15	0	0	160	0	180	0	0	180
A ₃ B ₆	180	20	160	0	0	0	0	0	0	20
A ₃ B ₉	180	6	180	0	180	0	180	0	140	0
A ₄ B ₁₀	180	10	80	0	120	0	140	0	180	0
A ₄ B ₃	180	25	40	0	180	0	180	0	40	0
A ₄ B ₇	180	18	70	0	70	0	70	0	70	0
A ₄ B ₈	180	6	170	0	180	0	180	0	180	0
A ₄ B ₉	180	17	140	0	140	0	180	0	180	0
A ₅ B ₁	180	7	70	0	180	0	180	0	70	0
A ₅ B ₂	180	17	130	0	180	0	180	0	180	0
A ₅ B ₄	180	3	70	0	180	0	180	0	150	0
A ₅ B ₆	180	18	0	0	160	0	160	0	180	0
A ₅ B ₇	180	13	180	0	180	0	180	0	180	0

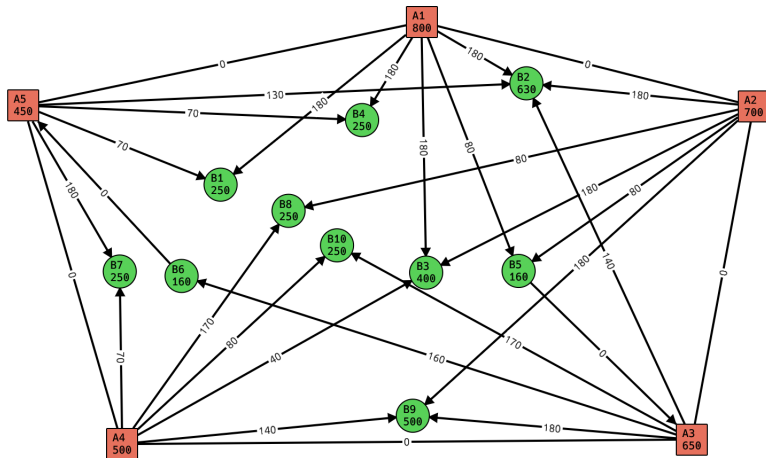
Net-5-10-30: Оптимальні потокорозподіли #1

ЛЕП			Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3		Варіант 4	
	хup	dAA	x(+)	x(-)	x(+)	x(-)	x(+)	x(-)	x(+)	x(-)
A ₁ A ₂	800	35	0	0	0	90	160	0	0	0
A ₂ A ₃	800	70	0	0	0	0	0	0	0	0
A ₃ A ₄	800	50	0	0	0	0	0	0	0	100
A ₄ A ₅	800	25	0	0	0	0	0	0	0	0
A ₅ A ₁	800	65	0	0	0	0	0	0	0	0
	yup	dAB	y(+)	y(-)	y(+)	y(-)	y(+)	y(-)	y(+)	y(-)
A ₁ B ₁	180	13	180	0	70	0	70	0	180	0
A ₁ B ₂	180	7	180	0	90	0	180	0	180	0
A ₁ B ₃	180	9	180	0	40	0	180	0	180	0
A ₁ B ₄	180	15	180	0	70	0	70	0	100	0
A ₁ B ₅	180	20	80	0	0	180	160	0	160	0
A ₂ B ₂	180	12	180	0	180	0	90	0	180	0
A ₂ B ₃	180	15	180	0	180	0	40	0	180	0
A ₂ B ₅	180	5	80	0	180	0	0	180	180	0
A ₂ B ₈	180	20	80	0	70	0	70	0	70	0
A ₂ B ₉	180	15	180	0	180	0	140	0	180	0

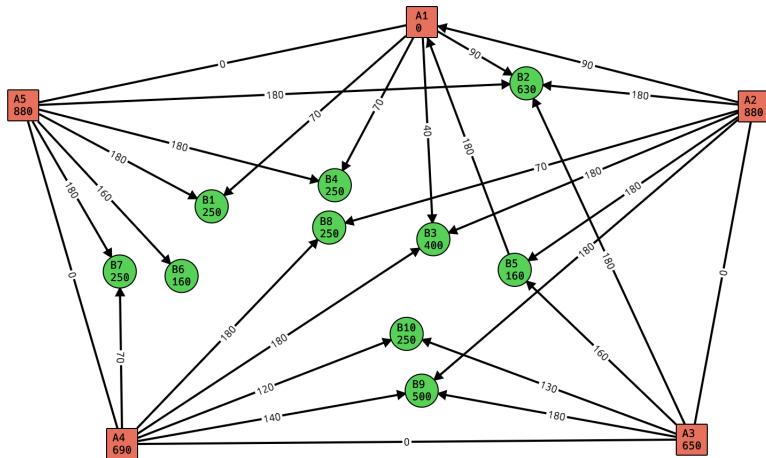
Net-5-10-30: Оптимальні потокорозподіли #2

ЛЕП	yup	dAB	Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3		Варіант 4	
			y(+)	y(-)	y(+)	y(-)	y(+)	y(-)	y(+)	y(-)
A ₃ B ₁₀	180	11	170	0	130	0	110	0	70	0
A ₃ B ₂	180	22	140	0	180	0	180	0	90	0
A ₃ B ₅	180	15	0	0	160	0	180	0	0	180
A ₃ B ₆	180	20	160	0	0	0	0	0	0	20
A ₃ B ₉	180	6	180	0	180	0	180	0	140	0
A ₄ B ₁₀	180	10	80	0	120	0	140	0	180	0
A ₄ B ₃	180	25	40	0	180	0	180	0	40	0
A ₄ B ₇	180	18	70	0	70	0	70	0	70	0
A ₄ B ₈	180	6	170	0	180	0	180	0	180	0
A ₄ B ₉	180	17	140	0	140	0	180	0	180	0
A ₅ B ₁	180	7	70	0	180	0	180	0	70	0
A ₅ B ₂	180	17	130	0	180	0	180	0	180	0
A ₅ B ₄	180	3	70	0	180	0	180	0	150	0
A ₅ B ₆	180	18	0	0	160	0	160	0	180	0
A ₅ B ₇	180	13	180	0	180	0	180	0	180	0

Net-5-10-30: Розподіл потоків для варіанта 1



Net-5-10-30: Розподіл потоків для варіанта 2



Висновки та подальші плани

Розроблена оптимізаційна модель може бути використана для балансування потужностей в системах диспетчеризації регіональних енергосистем за умов непередбачуваних пошкоджень енергетичної інфраструктури та виникненням при цьому некерованого дефіциту потужності.

Подальші плани:

спільно з ННІ енергетики, автоматики та енергозбереження (Національний університет біоресурсів і природокористування) модернізувати модель для вироблення своєчасних управлінських рішень для забезпечення живучості регіональних енергосистем.

Робота підтримана

**«Розробити математичні моделі, методи та програмні засоби мінімізації ризиків для об'єктів критичної інфраструктури»
(тема №2.3/26-П/ВП 130.1230)**

Запитання?

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!

e-mail: stetsyukp@gmail.com

BACKUP SLIDE 1: Потік мінімальної вартості

$$\sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\sum_{k: (i,k) \in A} x_{ik} - \sum_{j: (j,i) \in A} x_{ji} = b_i, \forall i \in \mathbb{N}, \quad (2)$$

$$l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij}, \forall (i, j) \in A. \quad (3)$$

Тут джерело ($b_i > 0$), сток ($b_i < 0$), проміжний вузол ($b_i = 0$).

BACKUP SLIDE 2: Корисні посилання

Ahuja R.K., Magnanti T.L., Orlin J.B.

Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications. PRENTICE HALL, Upper Saddle River, New Jersey, 1993, 846 p.

Bertsekas D. P.

Network optimization: continuous and discrete models. Athena Scientific. 1998. 608 p.

Ермольев Ю.М., Мельник И.М.

Экстремальные задачи на графах. Киев: Наукова думка, 1968. 176 с.