

МОДЕЛІ ЕНЕРГОРЕЗИЛЬЄНТНОСТІ ТА ЇХ СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

Василь Горбачук, доктор фізико-математичних наук, професор,
завідувач відділу інтелектуальних інформаційних технологій
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

- 1. Постановка проблеми**
- 2. ENTSO-E**
- 3. MEA**
- 4. Інноваційна ефективність**
- 5. Специфікація JIT для електроенергії як продукції**
- 6. Задачі оптимального потоку потужності**
- 7. Моделі управління запасами**
- 8. Задачі проектування дуг**
- 9. Задачі проектування електричних мереж**
- 10. Висновки та сучасні розробки**

1. Постановка проблеми

Перебої в електропостачанні через атаки на інфраструктуру також стають світовою проблемою, особливо в Україні. Електроенергетична система України продовжувала розвиватися в умовах найскладнішої зими з часів повномасштабного вторгнення РФ і тривалої високої невизначеності. Наявних генеруючих потужностей України критично не вистачало для задоволення зимового попиту через посилення атак РФ у січні 2026 р. та рекордно низькі температури. У зимовий період 2025–2026 рр. піковий попит на електроенергію зріс на 9% (до 18 ГВт) порівняно з 2024–2025 рр., позаяк внутрішні генеруючі потужності скоротилися до 11,1 ГВт (близько 62% пікового попиту) після систематичних атак на критично важливу інфраструктуру [1]. Протягом широкомасштабної агресії Україна втратила понад 70% своїх генеруючих потужностей електроенергії. За даними

Світового банку, відновлення збитків, завданих Україні у період від 22 лютого 2022 р. до 31 грудня 2025 р., вимагатиме 588 млрд дол [2], що становить близько трьох ВВП України за 2021 р. Співвимірні потенційні збитки для ЄС дорівнюватимуть 60 трлн дол. Незважаючи на продовження ударів РФ, Україна до початку опалювального сезону відремонтувала енергооб'єкти з генерацією приблизно 3 ГВт. Хоча рівень зимового попиту залишався невизначеним через переміщення населення та труднощі з прогнозуванням рівнів промислової активності, рекордно низькі температури від -10 до -20 градусів Цельсія вночі вели до критичних рівнів попиту. Україна значною мірою залежить від трьох своїх діючих атомних електростанцій, які не зазнали збройного захоплення (на відміну від двох інших АЕС України – відомої Чорнобильської АЕС і найбільшої в Європі Запорізької АЕС) і забезпечують понад половину генеруючих потужностей.

Така централізованість електропостачання створює вразливість, оскільки пошкодження ліній електропередач або сусідніх підстанцій може перешкоджати цим АЕС живити мережу: цей ризик часто матеріалізовувався після нападів РФ на підстанції, що з'єднують атомні електростанції. Серйозність ситуації спонукала оголошувати надзвичайний стан в енергетичному секторі України та звертати увагу МАГАТЕ на недопустимість збройних атак на АЕС.

Великі міста, включаючи столицю м.Київ, зазнавали аварійних і планових (rolling) відключень електроенергії, через що мільйони мешканців не мали доступу до опалення та води протягом кількох днів після масованих нападів. В січні 2026 р. до 10 мільйонів людей по всій Україні (майже половина всього наявного населення найбільшої країни Європи) залишалися без

електроенергії та опалення протягом кількох днів після нападів, оскільки теплоелектроцентралі по всій країні зазнавали пошкоджень внаслідок атак.

2. ENTSO-E

Електроенергетична безпека України продовжує вигравати від взаємоз'єднання з Європою (ENTSO-E) після синхронізації з континентальною мережею в березні 2022 р. Ця стратегічна євроінтеграція виявилася життєво важливою, дозволяючи імпортувати електроенергію в періоди пікового попиту і водночас дозволяючи її експортувати, що допомагає стабілізувати мережу України та генерувати доходи, коли внутрішньої генерації достатньо. У 2024 р. Україна імпортувала рекордні 4436 ГВт·год електроенергії, що відбиває великі збитки внутрішніх генеруючих потужностей. У 2025 р. рівні імпорту знижувалися, оскільки генеруючі потужності поступово відновлювалися, а атомні енергоблоки

поверталися з планового технічного обслуговування. Україна була нетто-експортером електроенергії протягом третини 2025 р. (з червня по вересень 2025 р.), відправивши за кордон 635 ГВт·год електроенергії у вересні 2025 р., досягши найвищого місячного рівня експорту з початку широкомасштабної агресії. З початку повномасштабного вторгнення енергетичний сектор України зміщувався в бік децентралізації, з продовженням розгортання розподіленої енергетики та значним розширенням мережевого накопичення енергії.

У вересні 2025 р. ДТЕК та Fluence Energy (FLNC у лістингу біржі NASDAQ) ввели в експлуатацію найбільший в Україні проект акумуляторного накопичення енергії – систему потужністю 200 МВт з ємністю зберігання 400 МВт·год, розподілену по шести локаціях, здатну жити 600 тис будинків протягом двох годин і надавати системні послуги

мережі Укренерго. Компанія Fluence Energy, заснована у 2018 р. як спільне підприємство Siemens (SIE у лістингу біржі FWB) та AES (Applied Energy Services) Corporation (AES у лістингу біржі NYSE), є світовим лідером у сфері продуктів, послуг та програмного забезпечення на базі штучного інтелекту для відновлюваних джерел енергії та зберігання енергії. Fluence Energy пропонує такі технології, як платформи Smartstack та Gridstack, для великомасштабних комунальних і промислових застосувань. Цей проект демонструє, як воєнні потреби прискорюють впровадження технологій, що підвищують резильєнтність мережі, а також ускладнюють її виведення з ладу через цілеспрямовані удари. Також розвивається вітрова енергетика: понад 700 МВт нових потужностей знаходиться на стадії розробки, включаючи розширення потужності Тилігульської вітрової електростанції (Миколаївщина) ДТЕК до 500 МВт, заплановане на кінець 2026 р.

Спостерігається прогрес у розширенні транскордонних спроможностей. З грудня 2024 р. гарантовані (firm) імпорتنі потужності для Молдови та України разом встановлені на рівні 2,1 ГВт протягом зимових місяців та 1,7 ГВт влітку, тоді як експортні потужності залишаються обмеженими 650 МВт. З червня 2025 р. доступні торговельні потужності перераховуються щотижня, надаючи більшу гнучкість реагування на зміну системних умов. У 2025 р. Україна вживала кілька ключових регуляторних заходів для підготовки до повної інтеграції з європейськими ринками електроенергії, незважаючи на обмеження воєнного часу.

22 липня 2025 р. Верховна Рада України прийняла за основу Проект Закону «Про внесення змін до деяких законів України щодо імплементації норм європейського права з інтеграції енергетичних ринків, підвищення безпеки постачання та конкурентоспроможності у сфері енергетики», який

закладає основу для поєднання ринків України на добу наперед, внутрішньодобових і балансуєчих ринків з ринками ЄС. ЄК зазначила, що повне об'єднання ринків може бути досягнуто до початку 2027 р. за умови, що Україна продовжуватиме прискорювати необхідні реформи. Енергетичний регулятор НКРЕКП схвалив правила розподілу довгострокових потужностей на кордонах України зі Словаччиною, Угорщиною та Румунією, а також вніс зміни до ринкових правил, щоб надавати постачальникам допоміжних послуг більшу операційну гнучкість.

3. МЕА

Третій щорічний Форум МЕА (на 2026 р. спільнота МЕА охоплювала близько 75% світового попиту на енергію) з енергетичних інновацій відбувся одночасно з зустріччю міністрів 18 лютого 2026 р. Форум зібрав учасників від урядів, галузей промисловості, стартапів, інвестиційних і

дослідницьких спільнот, дозволяючи вести поглиблений обмін думками з питань, пов'язаних з політикою енергетичних інновацій та розвитком інноваційної екосистеми. Розглядалися теми інновацій для підтримки резильєнтних електромереж, технологій термоядерної енергетики, самопідтримуваних джерел енергії, а також теми зв'язків між інноваціями, ланцюгами постачання технологій та економічною конкурентоспроможністю.

19 лютого 2026 р. міністри дев'яти країн-членів МЕА (Великобританія, Данія, Канада, Латвія, Литва, Німеччина, Польща, Чехія, Швеція) та Європейська Комісія (ЄК) під час Міністерської зустрічі МЕА опублікували спільну заяву, в якій підтвердили свою підтримку Програми співпраці МЕА з Україною (донорами якої є згадані країни), підкресливши важливість цієї ініціативи в умовах повномасштабної агресії в Європі, яка за тривалістю і

втратами наближається до тривалості і втрат попередньої світової війни. Міністри високо оцінили роботу МЕА з Україною в рамках Програми, зазначивши, що вона підтримує короткострокову відбудову енергетичного сектору України, який залишається під значними атаками з боку РФ, і водночас допомагає сприяти довгостроковим інвестиціям, потрібним Україні для побудови нового енергетичного майбутнього. У своїй заяві міністри наголосили, що Програма співпраці МЕА з Україною (IEA–Ukraine Collaboration Programme), заснована у 2025 р., є ключовим доповненням до роботи, яку проводить МЕА в рамках своєї Спільної робочої програми з Україною (Joint Work Programme with Ukraine) на 2025–2026 рр. Співпраця МЕА з Україною поглибилася, коли 19 липня 2022 р. Україна стала асоційованим членом МЕА. Міністри наголосили, що Програма була

ключовою передумовою, яка сприяла аналізу МЕА енергетичної ситуації в Україні та допомагала формувати власні зусилля України та дії її партнерів.

В рамках роботи Секретаріату МЕА через Програму, МЕА опублікувало 10-кроковий план для України щодо захисту її енергосистеми протягом зимнього періоду 2024–2025 рр., оновлену інформацію на 2025–2026 рр., дорожню карту децентралізації енергосистеми України. У лютому 2026 р. МЕА опублікувало звіт, у якому висвітлено ключові уроки України, які можуть сприяти плануванню енергетичної резильєнтності в усьому світі [3]. Донори закликали МЕА далі посилювати роботу з уможливлення інвестицій в енергетичний сектор України, які є критично важливими для побудови безпечної, сучасної, резильєнтної та самопідтримуваної енергосистеми України, а також закликали інших членів МЕА надавати додаткове фінансування для взаємовигідного розширення Програми.

Спільна заява на підтримку Програми співпраці МЕА–Україна зазначає, що значні пошкодження критично важливої цивільної та енергетичної інфраструктури по всій Україні є прямим результатом триваючої війни РФ проти України. Посилення атак РФ на критично важливу енергетичну інфраструктуру в Україні протягом 2025 р. мало серйозні наслідки для повсякденного життя цивільного населення, а ці атаки продовжували зростати за масштабами та інтенсивністю. Програма співпраці МЕА–Україна паралельно з іншими зусиллями міжнародних донорів, включаючи зусилля, що координуються через Групу підтримки енергетики України G7+ (G7+ Ukraine Energy Support Group), є ключовою ініціативою, завдяки якій МЕА здатне підтримувати значні потреби України у відбудові енергетичного сектору та допомагати їй сприяти інвестиціям для побудови нового енергетичного майбутнього. Ця Програма також відіграє цінну роль

у зміцненні відносин МЕА з Україною. Донори Програми визнають зусилля, яких докладає МЕА для допомоги Україні у формуванні стратегічного бачення безпечного та резильєнтного енергетичного майбутнього, включаючи підтримку ініціатив сприяння інвестуванню в розподілені енергетичні ресурси, а також визнають роботу МЕА з поширення ключових уроків, отриманих від України, яка працює над збереженням енергетичної безпеки та резильєнтності, незважаючи на постійні атаки на основі новітніх озброєнь. Донори Програми висловлюють вдячність за реалізацію Спільної робочої програми МЕА з Україною, яка охоплює ключові енергетичні пріоритети України, включаючи безпеку енергетичного сектору, безпеку постачання нафти і газу, енергозбереження та перехід до більш безпечної, самопідтримуваної, резильєнтної та доступної енергетичної системи, інтегрованої з Європою, а також схвалюють інтенсифікацію діяльності МЕА

в рамках цієї Програми, як того вимагали міністри МЕА на зустрічі міністрів 2024 р. Донори Програми вітають і підтримують внесок МЕА у подальше посилення співпраці з Україною через Програму співпраці МЕА–Україна та звертаються до Секретаріату МЕА далі продовжувати роботу через Програму для підтримки потреб України у відбудові. Донори Програми висловлюють свою вдячність Секретаріату МЕА за продовження надання аналізу поточної енергетичної ситуації в Україні для обґрунтування міжнародних дій, визнають ключову роль, яку відіграє Програма співпраці МЕА–Україна в уможливленні такого аналізу, та консолідуючий вплив МЕА, який привертає увагу світової спільноти до потреб енергетичного сектору України.

У зв'язку з цим донори Програми звертають увагу на сучасні звіти МЕА «Енергетична безпека України та майбутня зима» [4] та «Розширення

можливостей України через децентралізовану енергетичну систему» [5], в яких висвітлюються негайні дії, які Україна та її партнери можуть вживати для з'ясування нагальних вразливостей енергетичної безпеки країни та зміцнення довгострокової енергетичної резильєнтності. Ці звіти також викладають стратегічне бачення енергетичного майбутнього України, використовуючи інноваційні технології для розкриття нових можливостей, надаючи пріоритет енергетичній безпеці та самопідтримуваному розвитку, зосереджуючись на розподілених енергосистемах і підвищеній системній резильєнтності. Донори Програми закликають Секретаріат МЕА далі інтенсифікувати роботу з уможливлення інвестицій в енергетичний сектор України, які підтримуватимуть політику України, регуляторну стабільність, прозорість і належне корпоративне врядування, включаючи врядування державних підприємств, відповідно до стандартів ОЕСР та ЄС, щоб

відповідати прагненням переходу до сучасної та резильєнтної енергосистеми, яка підтримує відновлення, енергетичну безпеку та довгострокову стійкість. Донори Програми підтвердили свою підтримку Програми співпраці МЕА–Україна та запросили інших членів МЕА надавати додаткове фінансування і приєднуватися до спільної заяви від 19 лютого 2026 р., а також висловили переконання, що Програма та її подальше розширення є взаємовигідними для всієї спільноти МЕА. Діалогом високого рівня було обговорення питань гарантування енергетичної безпеки епохи електроенергії (Age of Electricity) та інвестування в майбутню енергетичну безпеку України за участю першого віце-прем'єр-міністра та міністра енергетики України.

Звіт МЕА [4], підготовлений у жовтні 2025 р., передбачав нові загрози енергетичній безпеці України на зимовий період 2025–2026 рр. Новий аналіз

МЕА надає практичні рекомендації щодо підтримки постраждалої енергетичної системи України в умовах зниження температури, висвітлюючи вразливості в умовах посилення атак РФ на енергетичну інфраструктуру за масштабністю та складністю. Звіт рекомендує ключові кроки для гарантування надійного доступу до електроенергії та опалення в умовах зниження температури. Аналіз містить оновлену інформацію про широкомасштабну війну в Європі, що впливає на енергетичну безпеку України, та пропонує дії, які Україна та її партнери можуть вживати негайно, щоб пом'якшувати ризики зимового періоду та зміцнювати довгострокову енергетичну резильєнтність. Звіт [4] базується на висновках візиту представників МЕА до м.Київ в жовтні 2025 р. та базується на попередній роботі МЕА з енергетичної безпеки України, опублікованій у вересні 2024 р. [6]. Запропоновані в новому аналізі дії включають:

посилення фізичного захисту навколо енергетичної інфраструктури;
поліпшення ланцюгів постачання обладнання для пришвидшення ремонтів;
подальше збільшення децентралізованого енергопостачання країни;
продовження оптимізації електромережевого з'єднання з Європою; вивчення
методів розширення обсягів природного газу, що зберігається в Україні;
диверсифікація імпорту газу; підготовка резервних варіантів (backup options)
для зимового опалення.

Для кожної такої дії співпраця з партнерами України залишатиметься важливою. Україна приєдналася до спільноти МЕА як асоціційована країна у 2022 р. після багаторічної співпраці з енергетичних питань. Рамки асоціації дозволяють МЕА тісно співпрацювати та поглиблювати співпрацю зі своїми країнами-партнерами, обмінюючись аналізом, даними, передовим досвідом. Попередня співпраця зосереджувалася на спільних пріоритетах,

таких як реконструкція енергосистеми, енергетична безпека (зокрема шляхом ефективного використання децентралізованих енергетичних ресурсів), інтеграція технологій чистої енергії, доповнюючи діяльність в рамках програми EU4Energy. Починаючи з 2007 р., МЕА здійснило декілька поглиблених оглядів політики й організувало заходи з питань політики та розбудови потенціалу в галузі енергетичних даних у м. Київ та м.Одеса. МЕА провело низку семінарів із зацікавленими сторонами енергетичної системи України, включаючи кілька семінарів у м.Київ. Ці заходи охоплювали такі теми, як резильєнтність енергосистеми, роль розподілених енергетичних ресурсів у підвищенні енергетичної безпеки, моделювання енергетики. МЕА тісно співпрацювало з Україною в рамках програми ЄК EU4Energy і в 2021 р. розробило дорожню карту, що вказує шляхи використання обмежень попиту на енергію [7]. EU4Energy – це регіонально

орієнтована програма, яка зосереджена на шести країнах Східного партнерства ЄС. EU4Energy – це співпраця між МЕА, ЄС, цільовими країнами (Focus Countries) та іншими сторонами-виконавцями, розроблена для підтримки прагнень цільових країн щодо впровадження політики сталого розвитку енергетики та сприяння розвитку кооперативного енергетичного сектору на регіональному рівні.

4. Інноваційна ефективність

Конкурентоспроможність передбачає широку міжнародну співпрацю. Що стосується електроенергетики РФ, то попит на електроенергію знизився приблизно на 1% у 2025 р. Наявність даних РФ, пов'язаних з енергетикою, погіршилася після початку повномасштабної агресії проти України, ускладнюючи оцінку споживання електроенергії країною. Зменшення звітних даних і відповідне збільшення невизначеності означають об'єктивне

підвищення загальних ризиків, відповідну зміну поведінки потенційних інвесторів, власників і конкурентів.

Оприлюднені 9 вересня 2024 р. рекомендації ЄК, широко відомі як звіт Маріо Драгі, виділяє 10 галузевих стратегій (1. Енергетика; 2. Критично важливі сировинні матеріали; 3. Цифровізація та передові технології (3.1. Високошвидкісні/пропускні можливості широкосмугового доступу; 3.2. Обчислювальна техніка та штучний інтелект; 3.3. Напівпровідники); 4. Енергоємні галузі промисловості; 5. Чисті технології; 6. Автомобільна промисловість; 7. Оборона; 8. Космос; 9. Фармацевтика; 10. Транспорт) і 5 горизонтальних стратегій (1. Прискорення інновацій; 2. Зменшення розриву у кваліфікованих кадрах; 3. Підтримка інвестицій; 4. Модернізація конкуренції; 5. Зміцнення врядування) [8]. У звіті також згадується Україна.

У галузевій стратегії 1. Енергетика щодо природного газу виділяються 9 пропозицій (5 короткострокових (1. Встановити партнерські відносини з надійними та диверсифікованими торговельними партнерами, а також зміцнювати довгострокові контракти; 3. Посилювати спільні закупівлі; 5. Поліпшувати якість даних і прогнозів; 6. Обмежувати можливості спекулятивної поведінки: межі фінансової позиції, динамічні верхні межі, збірник торгових правил ЄС і зобов'язання торгувати в ЄС; 9. Сприяти галузям промисловості, що зазнають міжнародної конкуренції, отримувати доступ до конкурентних джерел енергії), 3 середньострокових (2. Заохочувати поступовий відхід від спотових (spot-linked) поставок; 4. Далі розвивати вибіркові стратегічні імпорتنі інфраструктури та поліпшувати координацію управління зберіганням по всій Європі; 8. Гарантувати, що механізми формування цін на природний газ більше відображають витрати

різних умов постачання), 1 довгострокова (7. Поступово декарбонізувати перехід на водень і зелені газу в галузі, коли це економічно ефективно)).

Пропозиція 4. говорить про надання державних контргарантій для зниження ризиків зберігання газу в Україні та доповнення рішень ЄС щодо зберігання газу. Україна володіє значною та конкурентоспроможною спроможністю для зберігання газу, яку ЄС міг би надалі використовувати (близько 10% спроможності зберігання ЄС). ЄС міг би далі спиратися на наявну потужність в Україні для підтримки своїх потреб у зберіганні, знижуючи ризики активів на основі державних контргарантій. Подальша спроможність для зберігання допомогала б ЄС балансувати сезонну мінливість попиту й упевнювати ринки щодо ризиків дефіциту в зимовий період, допомагаючи далі знижувати та стабілізувати ціни.

Лідером за інноваційною ефективністю у групі держав з рівнем доходу вище середнього, де результати перевищують очікування для рівня економічного розвитку, є Китай, після якого йдуть Україна (2012, 2014–2025), Таїланд (2011, 2014–2015, 2018–2025), Південна Африка (2018–2025), Бразилія (2021–2025), Індонезія (2022–2025) [9]: Україна залишається єдиною такою державою Європи. У групі держав з високим рівнем доходу інноваційні результати перевищують очікування для рівня економічного розвитку лідирують 14 держав, 9 з яких представляють Європу, – Швейцарія, Швеція, США, Республіка Корея, Великобританія, Фінляндія, Нідерланди, Данія, Німеччина, Японія, Франція, Ізраїль, Естонія, Канада. Таким чином, Європа має два перспективні інноваційні кластери, один з яких формує ланцюг сусідніх держав (Великобританія, Нідерланди, Данія,

Німеччина, Швейцарія, Швеція, Фінляндія, Естонія), а інший формує Україна, починаючи з 2012 р.

5. Специфікація ЛІТ для електроенергії як продукції

Менеджмент ланцюгів постачання (ЛП) є однією з областей, де інструменти дослідження операцій (ДО) застосовуються найширше та найуспішніше. У новому тисячолітті теорія менеджменту ЛП сягає такого рівня розвитку, що тепер її використовують в різних галузях і сферах застосування. Ця теорія застосовує методології ДО, а методології теорії менеджменту ЛП застосовуються в багатьох інших галузях – енергетиці, охороні здоров'я, ліквідації наслідків стихійних лих (disaster relief), сферах навколишнього середовища, гуманітарної допомоги (humanitarian relief) і неприбуткових операцій. Уваги заслуговують деякі способи застосування

відомих інструментів теорії ЛП, зокрема оптимізації ЛП, до деяких із цих галузей [10–13].

Історично електромережі функціонували як найкращі ЛП just-in-time (ЛП; точно в термін), без запасів або з дуже незначними запасами, з майже миттєвою доставкою товару (тобто енергії). Проте модернізація електромереж надаватиме нові можливості для оптимізації їх проектування та експлуатації. Майбутні мережі, ймовірно, будуть дуже схожими на сучасні ЛП, із запасами (у вигляді великогабаритних батарей та інших пристроїв зберігання енергії), невизначеністю поставок (від мінливих відновлюваних джерел генерації, насамперед, вітрових і сонячних), високими вимогами до обслуговування клієнтів (оскільки продовжується дерегуляція ринків електроенергії, а на ринкові майданчики входять нові конкуренти), новітніми схемами ціноутворення (уможливленими новою

комунікаційною інфраструктурою, яка може передавати інформацію про ціни в режимі реального часу). Крім того, певну роль у проектуванні цих мереж відіграватимуть класичні принципи розташування об'єктів (facility location) і нові моделі робастного й резильєнтного проектування мереж, оскільки стає дедалі важливішим захищати мережу від випадкових або навмисних перебоїв, які можуть впливати на життя та засоби до існування (livelihoods) багатьох людей. Вважаючи електромережу мережею ЛП, можна використовувати існуючі засоби для розроблення нового покоління електроенергетичних систем.

6. Задачі оптимального потоку потужності

Електромережі, можливо, є системами, в яких ДО використовується найчастіше та відіграє найважливішу роль. Кожні кілька хвилин оператори електроенергетичних систем по всьому світу розв'язують задачу

оптимального потоку потужності (optimal power flow (OPF)), щоб визначати, скільки електроенергії кожен генератор має виробляти протягом наступних кількох хвилин, щоб задовольняти поточний попит та уникати перевантаження (overloading) ліній електропередач. Задача OPF є нелінійною оптимізаційною задачею, хоча її часто розв'язують у лінеаризованій формі як задачу лінійного програмування (linear program (LP)). Щодня оператори електроенергетичних систем також розв'язують задачу оптимізації складу та режимів експлуатації джерел потужності (unit commitment (UC)) – складну задачу змішаного цілочисельного програмування (mixed integer programming (MIP)), щоб визначати, які генератори (блоки) мають працювати протягом яких годин наступного дня. Незалежний системний оператор Середнього Заходу (Midwest Independent System Operator (MISO)) США виграв престижну премію INFORMS Edelman

у 2011 р. за використання задач УС для оптимізації енергетичних ринків [14]. Багато таких системних операторів також використовують оптимізацію для розв'язування відомих задач аукціону, щоб визначати, які генератори слід використовувати щодня та за якими тарифами їм слід відшкодовувати витрати.

Зосередимося на застосуванні теорії ЛП, спираючись на поширені моделі ДО [15–18], та обговоримо моделі для накопичення енергії, планування пропускної здатності передачі, проектування енергетичних мереж, які побудовані на досліджуваних інструментах теорії ЛП.

Електричні мережі відрізняються від мереж ЛП на фізичному рівні: якщо у ЛП або інших транспортних мережах можна приймати рішення, які обсяги потоків направляти по кожній дузі мережі (з урахуванням обмежень пропускної здатності), то в електричних мережах ці обсяги потоків

визначають закони фізики, а не суб'єктивні рішення. Суб'єкт може приймати рішення, скільки електроенергії подавати (inject) в мережу у вузлах генераторів і скільки відбирати (withdraw) з мережі у вузлах споживання, але після прийняття цих рішень потоки електроенергії визначаються закони фізики – закони Кірхгофа (Kirchhoff). Один із способів збагнути цю відмінність полягає в тому, що в мережах ЛП суб'єкт може контролювати обсяги на дугах, а в електричних мережах суб'єкт може контролювати лише обсяги у вузлах. Тому проектування та експлуатація є математично складнішими для електричних мереж, ніж для мереж ЛП.

Нехай вузли 1, 2 мережі з'єднані двома дугами $(1,2)_H$, $(1,2)_L$, де вузол 1 має пропозицію 150 (одиниць), а вузол 2 має попит 150, або пропозицію -150 ; дуги $(1,2)_H$ та $(1,2)_L$, мають пропускну здатність 100 та 50 відповідно,

а за рештою характеристик ці дуги є ідентичними. Якщо ця мережа стосується ЛП, то можна вважати дуги дорогами і просто відправити 100 одиниць по дузі $(1,2)_H$ та 50 одиниць по дузі $(1,2)_L$ від вузла 1 до вузла 2. Якщо ж ця мережа стосується електромережі, то слід вважати дуги лініями електропередач з однаковими характеристиками, які мають зокрема однакову пропускну здатність, що має становити 75 одиниць для сумарного подання електроенергії обсягом 150 одиниць від вузла 1 до вузла 2; така пропускна здатність перевищує задану пропускну здатність 50 дуги $(1,2)_L$.

Обговоримо модель побудови нової електромережі, яка базується на моделі проектування дуг з урахуванням потоків електроенергії. Оскільки у багатьох моделях проектування електромереж припускають, що частина мережі вже побудована, і приймають рішення, які додаткові ланки додати,

то такі моделі стосуються розширення мережі. Якщо побудованої частини мережі не існує, то мережу проектують з нуля (from scratch). Модель проектування мережі можна модифікувати, щоб врахувати існуючі ланки.

7. Моделі управління запасами

Модель Вагнера–Вітіна (Wagner–Whitin) управління запасами можна сформулювати наступним чином:

мінімізувати по (x_t, y_t, q_t) сумарні фіксовані витрати (для кожного періоду, в якому відбувається замовлення) та витрати на зберігання запасів

(на кінець кожного періоду) $\sum_{t=1}^T (K y_t + h x_t)$ при деяких заданих умовах,

де: $y_t = 1$, якщо замовлення відбувається (розміщується) в періоді $t = 1, \dots, T$, $y_t = 0$ в решті випадків;

$x_t \geq 0$ – рівень запасів на кінець періоду $t = 1, \dots, T$ (на початок періоду $t + 1 = 2, \dots, T$), $x_0 \equiv 0$, означаючи заборону дефіцит запасів (stockout);

$q_t \geq 0$ – кількість одиниць, замовлених у періоді $t = 1, \dots, T$ (розмір партії у періоді $t = 1, \dots, T$);

K – фіксовані витрати на одне замовлення;

h – витрати на зберігання одиниці товару за один період.

Цими заданими умовами є:

обмеження балансу запасів

$$x_t = x_{t-1} + q_t - d_t,$$

де d_t – попит (demand) у періоді $t = 1, \dots, T$;

$$q_t \leq M y_t, \text{ де } M \text{ – достатньо велике число, наприклад, } M = \sum_{t=s}^T q_s,$$

означаючи $q_t = 0$ при $y_t = 0$.

Модель Вагнера–Вітіна визначає задачу змішаної цілочисельної оптимізації (mixed integer optimization problem (МІОР)) (булевою змінною є y_t) [19, 20]. МІОР можна інтерпретувати як просту задачу проектування мережі ЛП – задачу проектування дуг мережі з урахуванням потоків електроенергії, яку часто розв’язують за допомогою динамічного програмування або як задачу найкоротшого шляху (shortest path). Відомі альтернативні підходи до формулювання подібних проблем.

У моделях розташування об’єктів (facility location) починають з прийняття рішень про те, які об’єкти (розподільчі центри (distribution centers

(DCs)) чи склади) відкривати лише в одному ешелоні. На практиці фірми часто мають приймати рішення про відкриття/закриття кількох ешелонів (постачальників, фабрик тощо), а також про транспортні ланки, що їх з'єднують. Ці складніші оптимізаційні задачі називають задачами проектування мережі ЛП.

Загалом задачі проектування мережі ЛП поділяються на дві категорії: задачі проектування вузлів (node design), де слід вирішувати, які вузли (об'єкти) відкривати, та задачі проектування дуг (arc design), де слід вирішувати, які дуги (ланки) відкривати. Обидва типи задач зазвичай враховують кілька товарів, задіяні вузли (capacitated nodes) та/або дуги, а також інші побічні обмеження. Задачі розташування об'єктів є прикладами відносно простих задач проектування вузлів.

У деяких випадках задачі одного типу можна перетворювати на задачі іншого типу за допомогою відповідних способів моделювання, таких як додавання фіктивних вузлів або дуг тощо.

Деякі моделі проектування мережі ЛП враховують рішення про відкриття/закриття як для вузлів, так і для дуг, але зручно розрізняти ці два типи задач і обговорювати кожний тип задач окремо. Хоча обговорюються моделі проектування мережі ЛП у контексті транспортних мереж, ці моделі також широко застосовуються в інших сферах, таких як телекомунікації, енергетика, водопостачання тощо.

Загалом проектування мережі означає різні речі для різних людей: для фахівців з оптимізації та дослідження операцій проектування мережі зазвичай стосується моделей проектування дуг, а для практиків ЛП проектування мережі зазвичай означає моделі проектування вузлів.

8. Задачі проектування дуг

Зосередимося на задачах проектування дуг [21], в яких вузли мережі є вже визначеними, і слід приймати рішення про те, які дуги (ланки, ребра) відкривати. Ці задачі належать до класичних моделей дослідження операцій: проектування мережі часто означає такий тип задач, коли її використовує фахівець з оптимізації чи дослідження операцій.

Постановка задачі полягає у тому, що задано множину N вузлів (які є вже відкритими) та множину E потенційних дуг. Припускаємо, що дуги є орієнтованими (directed): дуга (i, j) відрізняється від дуги (j, i) для $i, j \in N$. Для моделювання неорієнтованих мереж можна просто для кожної вже орієнтованої дуги (i, j) ввести також орієнтовану дугу (j, i) .

Мережа може обробляти кілька продуктів (товарів) з множини L .
Кожний вузол $i \in N$ має певну кількість b_i^l наявних одиниць продукту $l \in L$:
якщо $b_i^l > 0$, то вузол i постачає b_i^l одиниць продукту l до мережі;
якщо $b_i^l < 0$, то вузол i вимагає $(-b_i^l)$ одиниць продукту l з мережі;
якщо $b_i^l = 0$, то вузол i не постачає і не вимагає продукту l з мережі.

У будь-якому з цих випадків продукт l може проходити через вузол i на шляху до інших вузлів.

Припускаємо, що якщо вузол i постачає продукт l ($b_i^l > 0$) до мережі, то має надіслати рівно b_i^l одиниць у мережу. Тоді загальна пропозиція продукту l дорівнює загальному попиту, звідки $\sum_{i \in N} b_i^l = 0 \quad \forall l \in L$. Згадане припущення

можна послабити, додаючи фіктивний вузол, який поглинає (absorbs) надлишок пропозиції при $\sum_{i \in N} b_i^l > 0$.

Відкриття дуги $(i, j) \in E$ передбачає фіксовані (fixed) витрати обсягом f_{ij} . Якщо ця дуга є відкритою, то можна направляти потоки продукції дугою (i, j) при вартості (cost) c_{ij}^l на одиницю продукції $l \in L$. Дуга (i, j) має сумарну пропускну здатність (capacity) v_{ij} одиниць потоку (за всіма продуктами $l \in L$).

Припускаємо, що пропускну здатність (місткість) v_{ij} виражається в тих самих одиницях, що й значення b_i^l . Використовуємо булеву змінну рішення $x_{ij} \in \{0, 1\}$ для позначення того, чи відкрита дуга (i, j) , а змінну рішення

$y_{ij}^l \geq 0$ для позначення обсягу потоку (кількості одиниць) продукції $l \in L$ по дузі $(i, j) \in E$. Крім вищевказаних обмежень, описаних, можна включати інші побічні обмеження (side constraints). Позначимо S множину розв'язків (solutions) (\vec{x}, \vec{y}) , які є допустимими (feasible) відносно цих побічних обмежень. Якщо побічних обмежень немає, то S можна вважати рівною множині $S = \{0,1\}^{|E|} \times R_+^{|E||L|}$, де R_+ – множина всіх невід'ємних дійсних чисел, $|E|$ та $|L|$ – потужність множини E та L відповідно.

В задачі розташування незадіяних об'єктів з фіксованою платою за відкриття (uncapacitated fixed-charge location problem (UFLP)) вибирають місця розташування об'єктів (facilities) таким чином, щоб мінімізувати загальну вартість будівництва об'єктів і транспортування товарів від цих об'єктів до клієнтів. В UFLP приймають рішення про розташування для

одного ешелону, припускаючи, що об'єкти в цьому ешелоні обслуговують об'єкти в низхідному (downstream) ешелоні, всі місця розташування яких є фіксованими. Називатимемо об'єкти у висхідному (upstream) ешелоні розподільчими центрами (DCs) або складами, а об'єкти в низхідних ешелонах – клієнтами. В цій загальній моделі два ешелони можуть містити інші типи об'єктів, наприклад, фабрики, склади, регіональні та місцеві DCs, пожежні станції, житлові будинки. Можна уявляти висхідний ешелон з фіксованим(и) місцезоташуванням(и), який обслуговує DCs.

Кожне потенційне місцезоташування DC має фіксовану вартість, яка відображає будівництво (або оренду) об'єкта; фіксована вартість (плата) не залежить від обсягу товарів (продуктів), що проходять через DC. Існує вартість транспортування на одиницю продукції, що постачається від DC до кожного клієнта. Нехай існує один продукт, а DCs не мають обмежень щодо

потужності: будь-який DC може обробляти будь-який обсяг продукту (в реальності існують обмеження на обсяги обробки продукту для кожного DC). Задача полягає у такому виборі місцерозташувань об'єктів, що мінімізує суму фіксованих витрат на будівництво об'єктів і транспортних витрат на транспортування продукту від DCs до клієнтів, з урахуванням обмежень, які вимагають від кожного клієнта обслуговування деяким відкритим DC.

Ключовий компроміс (trade-off) у UFLP полягає у співвідношенні фіксованих і транспортних витрат. Коли відкрито замало об'єктів, то фіксовані витрати є малими, а транспортні витрати є великими тому, що порівняно багато клієнтів будуть віддаленими від призначеного їм об'єкта. З іншого боку, коли відкрито забагато об'єктів, то фіксовані витрати є великими, а транспортні витрати є малими. UFLP намагається знаходити

правильний баланс між такими витратами й оптимізувати не лише число об'єктів, але й їх місцезоташування.

Подібно до UFLP, в задачі проектування дуг ключовий компроміс полягає у співвідношенні фіксованих витрат на побудову дуг і змінними витратами на їх використання: чим більше дуг відкривають, тим вищі фіксовані витрати, тим більша гнучкість транспортуванні продукції, тим нижчі витрати на потоки (перевезення).

Задачу проектування дуг можна сформулювати наступним чином:

мінімізувати по (x_{ij}, y_{ij}^l) сумарні фіксовані витрати і транспортні витрати (на потоки) по всіх дугах і продуктах $\sum_{(i,j) \in E} f_{ij} x_{ij} + \sum_{(i,j) \in E} \sum_{l \in L} c_{ij}^l y_{ij}^l$ при

обмеженнях

балансу потоку $\sum_{j \in N} y_{ij}^l = b_i^l + \sum_{j \in N} y_{ji}^l \quad \forall l \in L, \forall i \in N$ (чистий потік продукту

l від вузла i (вихідний потік мінус вхідний потік) дорівнює наявній пропозиції продукту l у вузлі i ;

якщо $b_i^l > 0$, то вихідний потік з вузла i перевищує вхідний потік до вузла i ; якщо $b_i^l < 0$, то вхідний потік до вузла i перевищує вихідний потік з вузла i ;

якщо $b_i^l = 0$, то всі одиниці продукту l , що входять до вузла i , також виходять з цього вузла i),

обмеженню потоку по кожній відкритій дузі $\forall (i, j) \in E$

$$\sum_{l \in L} y_{ij}^l \leq v_{ij} x_{ij}$$

з урахуванням сумарної пропускної здатності v_{ij} одиниць потоку (за всіма продуктами $l \in L$),

побічним обмеженням

$$(\vec{x}, \vec{y}) \in S.$$

Задача проектування дуг є NP-складною, оскільки її окремими випадками є багато добре відомих NP-складних задач. Ця задача залишається складною, якщо при обмеженнях мінімізувати сумарні витрати по y_{ij}^l замість (x_{ij}, y_{ij}^l) , тобто при фіксованих x_{ij} (фіксованому \vec{x}): тоді ця задача стає задачею багатотоварного мережевого потоку (multi-commodity network flow (MCNF)). Якщо допускаються дроби як значення y_{ij}^l , то задача потоку в багатотоварній мережі зазвичай формулюється як задача лінійного програмування (linear programming (LP)), залишаючись досить великою та

складною для розв'язування. Якщо значення y_{ij}^l потоків мають бути цілими, то NP-повною задачею є пошук допустимого рішення [22].

Якщо немає побічних обмежень та обмежень потоку по кожній відкритій дузі ($v_{ij} = \infty \quad \forall (i, j) \in E$), то задачу проектування дуг іноді називають задачею проектування з фіксованою платою (fixed-charge). Якщо немає обмежень потоку по кожній відкритій дузі, немає фіксованих витрат на відкриття дуги ($f_{ij} = 0 \quad \forall (i, j) \in E$), є одне побічне (бюджетне) обмеження, то задача проектування дуг зводиться до задачі проектування бюджету. Розв'язувати задачу проектування з фіксованою платою і задачу проектування бюджету значно простіше, ніж загальну задачу проектування дуг, оскільки наявність обмежень потоку по кожній відкритій дузі послаблює релаксацію LP (яка замінює жорсткі цілочисельні обмеження на неперервні).

Задачі проектування дуг постають у багатьох інших формах. Наприклад, іноді вважають, що кожний продукт l має єдине джерело та місце призначення [21] подібно до телекомунікаційних мереж, де потік – це пакети, які необхідно направляти від одного вузла до іншого. Іноді товар має слідувати єдиним шляхом через мережу, а не розділятися та рекомбінуватися [23].

9. Задачі проектування електричних мереж

В інших моделях слід вирішувати, скільки об'єктів відкривати на кожній дузі або скільки потужностей додавати на кожній дузі [24, 25]. Є моделі з урахуванням нелінійності витрат, перевантаження дуг, динамічної змінюваності параметрів тощо. Термінологія аналізу електромереж дещо відрізняється від термінології мереж ЛП: в електромережах вузол – це (силова) шина (bus) (позначимо N множину шин); дуга чи ребро – це лінія

електропередачі (позначимо E множину потенційних ліній електропередачі); попит – це навантаження; шини попиту – шини навантаження. Кожна шина i має напругу, яка подається комплексним числом $\underline{U} = \text{Re}(\underline{U}) + \sqrt{-1}\text{Im}(\underline{U}) = U_m \cos \psi + \sqrt{-1}U_m \sin \psi$, де $\text{Re}(\underline{U})$ – дійсна (real; активна) складова, $\text{Im}(\underline{U})$ – уявна (imaginary) складова, U_m – амплітудне значення напруги, ψ – початкова фаза напруги. Хоча взаємов'язок між потоками потужності та напругами є нелінійним і неопуклим, зосередимося на так званій лінеаризованій моделі потоку потужності постійного струму (direct current (DC)), де моделюється $\text{Re}(\underline{U})$ без складової $\text{Im}(\underline{U})$.

Кожній шині $i \in N$ присвоюється кут (фаза) напруги θ_i . Лінія між шинами i та j (лінія $(i, j) \in E$) має susceptance (susceptance; реактивна провідність)

b_{ij} : чим більше значення b_{ij} , тим краще лінія проводить струм, а потужність (power) струму через лінію (i, j) задається $p_{ij} = b_{ij}(\theta_i - \theta_j)$. Якщо $p_{ij} > 0$, то струм йде від шини i до шини j ; якщо $p_{ij} < 0$, то струм йде в оберненому напрямку від шини j до шини i . Загальна потужність на шині $\forall i \in N$ задається $p_i = \sum_{j \in N; (i, j) \in E} p_{ij}$. Якщо $p_i > 0$, то струм виходить з шини i ; якщо $p_i < 0$, то струм входить в шину i .

Нехай $x_{ij} = 1$ для булевої конструктивної змінної рішення $x_{ij} \in \{0, 1\}$ означає побудову (інтеграцію) лінії $(i, j) \in E$, а $x_{ij} = 0$ означає решту (допустимих) випадків. Припустимо, що побудова лінії (i, j) вимагатиме фіксованих витрат f_{ij} . Тоді задача проектування електричної мережі

формулюється як мінімізація по x_{ij} , θ_i , p_{ij} , p_i сумарних витрат $\sum_{(i,j) \in E} f_{ij} x_{ij}$

при обмеженнях потоків потужності постійного струму –

потужності $p_{il} \leq p_i \leq p_{iu}$ на шині i (p_{il} та p_{iu} – відповідно нижнє (lower) та верхнє (upper) обмеження; якщо шина i – це шина навантаження, то $p_{il} \equiv p_{iu} < 0$),

пропускної здатності лінії (i, j) для потужності $p_{ij} \leq s_{iju} x_{ij}$ через цю лінію (вищезазначені обмеження моделювання потоків потужності також стосуються вищезгаданої задачі OPF, де мінімізуються загальні витрати на генерацію та $x_{ij} = 1$, $p_{ij} = 0$ при $x_{ij} = 0$),

реактивної потужності $|p_{ij} - b_{ij}(\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - x_{ij})$ (M – достатньо велика константа; хоча це обмеження є нелінійним через абсолютне значення, це обмеження можна лінеаризувати за допомогою стандартних методів).

10. Висновки та сучасні розробки

Проблеми проектування електричних мереж можна вирішувати за допомогою різних методів оптимізації МІР, таких як декомпозиція Бендерса [26, 27], динамічне програмування [28], метаевристика [29], готові розв'язувачі [30]. Електроенергія є прикладом продукту, який має постачатися у потрібному обсязі у потрібний час (ЛІТ)). Принцип ЛІТ для своїх ланцюгів постачання запропонувала компанія Toyota (заснована у 1937 р.; ТМ у лістингу біржі NYSE) у 1950-х роках. Цей принцип набув поширення в Японії та інших країнах світу у багатьох галузях. Актуальним є

поширення принципу ІІТ в галузі електроенергетики України з урахуванням сучасних викликів і технологічних можливостей, зокрема можливостей цифровізації, електронного трейдингу, штучного інтелекту, а також євроінтеграції [31–35].

Принцип ІІТ відповідає принципу нульової довіри для мереж.

Відомі комп'ютерно-математичні моделі мережевих структур їх застосування на реальних великих даних ENTSO-E [36, 37], а також на інших даних [38, 39].

1. *Electricity 2026: Analysis and forecast to 2030*. Paris, France: IEA, 2026, February. 224 p.

2. *Ukraine: Fifth Rapid Damage and Needs Assessment (RDNA5)*. February 2022 – December 2025. Washington, DC: World Bank; Government of Ukraine; European Union; United Nations, 2026, February. 63 p.

3. Vatman T., Warichet J., Valentini O., Gebhardt T., Fager-Pintilä M., Graham R. *Energy System Resilience: Lessons learned from Ukraine*. Paris, France: IEA, 2026, February. 39 p.
4. Vatman T., Gebhardt T., Hesselting D., Molnar G., Warichet J., Valentini O. *Ukraine's Energy Security: A pre-winter assessment*. Paris, France: IEA, 2025. 13 p.
5. Hart C., Vatman T., Hevia-Koch P., Al-Saffar A., Gebhardt T., van Dedem F., Valentini O., Fennelly F. *Empowering Ukraine Through a Decentralised Electricity System: A roadmap for Ukraine's increased use of distributed energy resources towards 2030*. Paris, France: IEA, 2024. 87 p.
6. Gould T., Hart C., Hesselting D., Losz A., Molnar G., Vatman T., Warichet J. *Ukraine's Energy Security and the Coming Winter: An energy action plan for Ukraine and its partners*. Paris, France: IEA, 2024. 39 p.

7. Cooke D., Vatman T., Fager-Pintilä M. *Harnessing Energy Demand Restraint in Ukraine: A Roadmap*. Paris, France: EU; IEA, 2021. 78 p.
8. *The future of European competitiveness. Part B: In-depth analysis and recommendations*. Brussels, Belgium: European Commission, 2024. 328 p.
9. *Global Innovation Index 2025: Innovation at a Crossroads*. 18th edition. Geneva, Switzerland: World Intellectual Property Organization, 2025. 296 p.
10. Snyder L.V. Inventory and supply chain optimization. Chapter 33. *Advances and Trends in Optimization with Engineering Applications*. T.Terlaky, M.Anjos, S.Ahmed (eds.). Philadelphia, PA: SIAM, 2017. P. 439–455.
11. Wu O.Q., Ouyang Y. Supply chain design and optimization with applications in the energy industry. Chapter 34. *Advances and Trends in Optimization with Engineering Applications*. T.Terlaky, M.Anjos, S.Ahmed (eds.). Philadelphia, PA: SIAM, 2017. P. 457–468.

12. Zhao H. Supply chain optimization in healthcare. Chapter 35. *Advances and Trends in Optimization with Engineering Applications*. T.Terlaky, M.Anjos, S.Ahmed (eds.). Philadelphia, PA: SIAM, 2017. P. 469–478.
13. Celik M., Ergun O, Keskinocak P., Soldner M., Swann J. Humanitarian applications of supply chain optimization. Chapter 36. *Advances and Trends in Optimization with Engineering Applications*. T.Terlaky, M.Anjos, S.Ahmed (eds.). Philadelphia, PA: SIAM, 2017. P. 479–492.
14. Carlson B., Chen Y., Hong M., Jones R., Larson K., Ma X., Nieuwesteeg P., Song H., Sperry K., Tackett M., Taylor D., Wan J., Zak E. MISO unlocks billions in savings through the application of operations research for energy and ancillary services markets. *Interfaces*. 2012. 42 (1). P. 58–73.

15. Frank S., Steponavice I., Rebennack S. Optimal power flow: A bibliographic survey I: Formulations and deterministic methods. *Energy Systems*. 2012. 3 (3). P. 221–258.
16. Frank S., Steponavice I., Rebennack S. Optimal power flow: A bibliographic survey II: Nondeterministic and hybrid methods. *Energy Systems*. 2012. 3 (3). P. 259–289.
17. Padhy N. Unit commitment – a bibliographical survey. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2004. 19 (2). P. 1196–1205.
18. Ventosa M., Baillo A., Ramos A., Rivier M. Electricity market modeling trends. *Energy Policy*. 2005. 33 (7). P. 897–913.
19. Pochet Y., Wolsey L.A. Algorithms and reformulations for lot sizing problems. *CORE (Center for Operations Research and Econometrics) Discussion Paper*. Louvain, Belgium: Universite catholique de Louvain, 1994. 9427. 61 p.

20. Pochet Y., Wolsey L.A. *Production Planning by Mixed Integer Programming*. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. New York: Springer-Verlag, 2006. 524 p.
21. Magnanti T.L., Wong R.T. Network design and transportation planning: Models and algorithms. *Transportation Science*. 1984. 18 (1). P. 1–55.
22. Ahuja R.K., Magnanti T.L., Orlin J.B. *Network Flows*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1993. 846 p.
23. Gavish B., Altinkemer K. Backbone network design tools with economic tradeoffs. *ORSA Journal on Computing*. 1990. 2 (3). P. 236–252.
24. Bienstock D., Gunluk O. Capacitated network design – Polyhedral structure and computation. *INFORMS Journal on Computing*. 1996. 8 (3). P. 243–259.

25. Gendron B., Crainic T.G., Frangioni A. Multicommodity capacitated network design. Chapter 1. *Telecommunications Network Planning*. B.Sanso, P.Soriano (eds.). New York: Springer, 1999. P. 1–19.
26. Oliveira G.C., Costa A.P.C., Binato S. Large scale transmission network planning using optimization and heuristic techniques. *IEEE Transactions on Power Systems*. 1995. 10 (4). P. 1828–1834.
27. Binato S., Pereira M.V.F., Granville S. A new Benders decomposition approach to solve power transmission network design problems. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2001. 16 (2). P. 235–240.
28. Dusonchet Y.P., El-Abiad A. Transmission planning using discrete dynamic optimizing. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. PAS-92 (4). 1973. P. 1358–1371.

29. Romero R., Gallego R.A., Monticelli A. Transmission system expansion planning by simulated annealing. *Proceedings of Power Industry Computer Applications Conference* (May 07–12, 1995, Salt Lake City, UT). IEEE, 1995. P. 278–283.

30. Alguacil N., Motto A.L., Conejo A.J. Transmission expansion planning: A mixed-integer LP approach. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2003. 18 (3). P. 1070–1077.

31. Горбачук В., Дунаєвський М. Енергетична резильєнтність України і конкурентоспроможність Європи в цілому. *Національна безпека і оборона*. 2026. 1–2 (201–202). С. 80–85.

https://razumkov.org.ua/images/2026/04/20/NSD201-202_2025_ukr.pdf

32. Gorbachuk V., Besspalov S. Regulations, international standards, indicators and digitalization of modern energy. *Transformation of the Economic System in*

the Context of Global and Regional Changes: Collective monograph.
R.Bendaravičienė, K.Shaposhnykov (eds.). Riga, Latvia: Jan Kochanowski
University of Kielce; Baltija Publishing, 2026. P. 919–943.
<https://doi.org/10.30525/978-9934-26-670-6-39>

33. Горбачук В.М., Беспалов С.А. Виміри та індикатори врядування,
інфраструктури, прийняття державним сектором штучного інтелекту.
Національні інтереси України. 2026. 5 (22). С. 291–306.
[https://doi.org/10.52058/3041-1793-2026-5\(22\)-291-306](https://doi.org/10.52058/3041-1793-2026-5(22)-291-306)

34. Горбачук В.М., Камуз А.О., Товстенко Л.М. Індекс готовності уряду до
штучного інтелекту та його індикатори політичної спроможності. *Наука і
техніка сьогодні.* 2026. 4 (58). С. 3067–3079.
[https://doi.org/10.52058/2786-6025-2026-4\(58\)-3067-3079](https://doi.org/10.52058/2786-6025-2026-4(58)-3067-3079)

35. Горбачук В.М., Беспалов С.А. Резильєнтність у рівнях розвитку штучного інтелекту України та сусідніх держав 2020–2025 років. *Національні інтереси України*. 2026. 4 (21). С. 228–241.

[https://doi.org/10.52058/3041-1793-2026-4\(21\)-228-241](https://doi.org/10.52058/3041-1793-2026-4(21)-228-241)

36. Рибачок Д.О., Кушнір О.С. Комп'ютерна програма «EnergyNetDA – система мережевого аналізу європейського ринку електроенергії «на добу наперед» на основі потокових даних ENTSO-E». *Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 145798 від 20 квітня 2026 р. Українського національного офісу інтелектуальної власності та інновацій.*

37. Рибачок Д.О. *Комп'ютерно-математичні моделі мережевих структур і галузей та їх застосування на реальних великих даних. Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 122*

Комп'ютерні науки (галузь знань 12 Інформаційні технології). Київ: Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, 2026. 168 с.

38. Stetsyuk P.I., Stovba V.O., Tregubenko S.S., Khomiak O.M. Modifications of the two-stage transportation problem and their applications. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2022. 58 (6). P. 898–913.

39. Stetsyuk P.I., Stovba V.O., Khomiak O.M., Stetsyuk M.G. Two-stage transportation problem with two-sided constraints on consumer demands and upper bounds for capacity of intermediate points. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2024. 60 (6). P. 919–929.