ІНСТИТУТ КІБЕРНЕТИКИ
ІМЕНІ В.М.ГЛУШКОВА НАН УКРАЇНИ

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Директор Інституту кібернетики
імені В.М. Глушкова НАН України
академік НАН України

_____ Іван СЕРГІЄНКО

«09» 09 2025 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Розв'язування задач на власні значення на високопродуктивних обчислювальних системах (ДВА.3.1.1)

для здобувачів освітньо-наукового рівня «доктор філософії»

галузь знань	**F "Інформаційні технології "**
спеціальність	**F1 "Прикладна математика"**
освітній рівень	**третій (освітньо-науковий)**
освітньо-наукова програма	**"Прикладна математика"**
вид дисципліни	**вибіркова**

Форма навчання	**денна / заочна**
Навчальний рік	**2025/2026**
Рік навчання	2
Кількість кредитів ECTS	2
Мова викладання, навчання та оцінювання	**українська**
Форма заключного контролю	**іспит**

Викладач: **Попов Олександр Володимирович, д.ф.-м.н., с.н.с.**

Пролонговано Вченою радою Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

Навчальні роки пролонгації	Учений секретар	Підпис	№ протоколу	Дата протоколу
20____/20____ р.	_____	_____	_____	_____
20____/20____ р.	_____	_____	_____	_____
20____/20____ р.	_____	_____	_____	_____
20____/20____ р.	_____	_____	_____	_____

КИЇВ – 2025

©Попов О.В., 2025 рік

РОЗРОБНИК:
Провідний науковий співробітник
д.ф.-м.н., с.н.с.

_____ **Попов Олександр Володимирович**

Робочу програму розглянуто та схвалено на засіданні відділу чисельних методів та комп'ютерного моделювання

Протокол від «19» вересня 2025 року № 9

Завідувач відділу
академік НАН України, д.ф.-м.н., професор _____ **Олександр ХІМІЧ**

Робочу програму ухвалено науково-методичною радою

Протокол від «22» вересня 2025 року № 2

Голова науково-методичної ради
академік НАН України _____ **Іван СЕРГІЄНКО**
(підпис)

Робочу програму затверджено Вченою радою Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

Протокол від «29» вересня 2025 року № 15

Учений секретар _____ **Анатолій КУЛЯС**
(підпис)

Робочу програму погоджено з гарантом освітньої програми F1 Прикладна математика

«29» вересня 2025 року

Гарант освітньої програми
доктор фізико-математичних наук _____ **Василь ГОРБАЧУК**

©Попов О.В., 2025 рік

1. **Мета дисципліни:** вивчення та оволодіння навиками розробки методів дослідження математичних моделей, які зводяться до алгебраїчної проблеми власних значень (АПВЗ), і методів та алгоритмів розв'язування АПВЗ на високопродуктивних обчислювальних системах – комп'ютерах з паралельною організацією обчислень, в тому числі з графічними співпроцесорами-прискорювачами. Основна увага приділяється методам та алгоритмам розв'язування часткових узагальнених АПВЗ..

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. *Знати*: окремі глави методів наближених обчислень, а саме: чисельні методи лінійної алгебри, архітектуру сучасних високопродуктивних обчислювальних систем.
2. *Вміти*: розробляти, аналізувати та застосовувати знання з чисельного аналізу для розв'язання алгебраїчної проблеми власних значень та задач прикладної математики з використанням сучасних обчислювальних ресурсів.

3. Анотація навчальної дисципліни:

Дисципліна **«Розв'язування задач на власні значення на високопродуктивних обчислювальних системах»** належить до переліку дисциплін вільного вибору аспіранта. Вона забезпечує аспіранта сучасним інструментарієм для проведення досліджень за спеціальністю «Прикладна математика». Задача курсу – навчитися досліджувати математичні моделі, які потребують розв'язання або зводяться до алгебраїчної проблеми власних значень (АПВЗ), і оволодіти методами та алгоритмами розв'язування та дослідження достовірності розв'язків таких АПВЗ з матрицями різної структури на комп'ютерах з паралельною організацією обчислень різних архітектур.

4. Завдання (навчальні цілі): набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у області розробки алгоритмічно-програмних засобів для комп'ютерів з паралельною організацією обчислень, відповідно науково-освітньої кваліфікації «Доктор філософії». Зокрема, розвивати й реалізовувати нові конкурентоздатні ідеї в галузі алгоритмічно-програмного забезпечення високопродуктивних обчислювальних систем, здатність критично переосмислювати наявні такі засоби та відстежувати тенденції їх розвитку.

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) **(1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)**		**Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання**	**Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)**	**Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни**
Код	**Результат навчання**			
РН 1.1	Знати постановки задач на власні значення, які виникають при математичному моделюванні	*Лекція, практичне заняття*	*Екзамен, активна робота на лекції, усні відповіді*	*20%*
РН 1.2	Знати методи дискретизації задач на власні значення, які виникають при математичному моделюванні			
РН 1.3	Знати основні методи дослідження та розв'язування алгебраїчної проблеми власних значень			*20%*
РН 1.4	Знати алгоритми високопродуктивних обчислень розв'язування алгебраїчної проблеми власних значень			
РН2.1	Вміти проводити дискретизацію задач на власні значення проекційно-варіаційними методами	*Лекція, практичне заняття, самостійна робота*	*Екзамен, захист проекту, виконання завдань, винесених на самостійну роботу*	*20%*
РН2.2	Вміти досліджувати розв'язки алгебраїчної проблеми власних значень симетричних матриць			*20%*
РН2.3	Вміти застосовувати алгоритмічно-програмні засоби для розв'язування алгебраїчної проблеми власних значень в залежності від структури матриць таархітектури паралельного комп'ютера	*Практичне заняття,*	*Захист проекту*	*5%*

ПоповО.В.,2025 рік

РН3.1	Обґрунтовувати власний погляд на задачу, спілку- ватися з колегами з питань розробки методів та алгоритмів паралельних обчислень, складати письмові звіти	*Самостійна робота*		*5%*
РН4.1	Демонстрація авторитетності, інноваційність, високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, послідовна відданість розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.			*5%*
РН4.2	Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість			*5%*

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни / **Програмні результати навчання**	**РН 1.1**	**РН 1.2**	**РН 1.3**	**РН 1.4**	**РН 2.1**	**РН 2.2**	**РН 2.3**	**РН 3.1**	**РН 4.1**	**РН 4.2**
(зописуосвітньоїпрограми)										
ПРН-3. Знати наукові школи і фундаментальні праці у галузі прикладної математики та інформаційних технологій, праці провідних зарубіжних вчених; формулювати мету власного наукового дослідження.	+	+	+	+						
ПРН-5. Знати, розуміти і застосовувати математичні концепції, методи прикладної математики, системного аналізу і математичного моделювання.	+	+	+	+						
ПРН-8. Уміти ініціювати, організовувати та проводити комплексні дослідження в галузі науково-дослідницької та інноваційної діяльності, які приводять до отримання нових знань..							+	+	+	+
ПРН-11. Уміти аналізувати, цілеспрямовано шукати і вибирати необхідні для рішення професійних наукових задач науково-технічні ресурси і джерела знань з урахуванням сучасних досягнень науки і техніки.	+	+	+	+	+	+	+			
ПРН-12. Уміти використовувати існуючі та створювати власні теоретичні моделі в математичному дослідженні.	+	+	+	+	+	+	+			
ПРН-17. Володіння іноземною мовою на рівні, достатньому для презентації наукових результатів в усній та письмовій формах, розуміння фахових наукових та професійних текстів, вміння та навики спілкуватися в іншомовному науковому середовищі.								+	+	+
ПРН-19. Уміти діяти соціально відповідально та громадянсько свідомо і на основі етичних міркувань (мотивів).								+	+	+

7. Схема формування оцінки.

7.1 Форми оцінювання здобувачів освітньо-наукового ступеня:

– **оцінювання впродовж навчального періоду:**
1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4 – 10 балів/6 балів;
2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2 – 20 балів/12 балів;
3. Захист проекту: РН2.1, РН2.2, РН3.1, РН4.1, РН4.2 – 30 балів/18 балів;

– **підсумкове оцінювання:** екзамен.
1. максимальна кількість балів які можуть бути отримані: 40 балів;
2. результати навчання які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4;

3. форма проведення і види завдань: письмова робота.

Для здобувачів освітньо-наукового ступеня, які набрали сумарно меншу кількість балів ніж *критично-розрахунковий мінімум – 20 балів* для одержання іспиту за рішенням кафедри не допустити до складання іспиту із рекомендацією захистити проект до повторного складання іспиту.

Рекомендований мінімум – 36 балів.

7.2 Організація оцінювання:

Обов'язковим є виконання завдань, винесених на самостійну роботу, та проекту за графіком робочої програми.

У частину 1 входять теми 1 - 3, у частину 2 – теми 4 – 6 у частину 3 – теми 7 – 9. Обов'язковим для екзамену є виконання проекту до вказаної викладачем дати, перед початком екзаменаційної сесії, згідно навчального плану.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: протягом навчального періоду;
2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: протягом навчального періоду;
3. Захист проекту : до 9 тижня навчального періоду.

У випадку відсутності з поважних причин відпрацювання та перездача проекту здійснюються у відповідності до «Положення про організацію освітнього процесу у Інституті кібернетики імені В.М. Глущкова НАНУ».

7.3 Шкала відповідності оцінок

Відмінно/Excellent	90-100
Добре/ Good	75-89
Задовільно/ Satisfactory	60-74
Незадовільно/Fail	0-59

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№	Назва лекції	Кількість годин		
		Лекції	Практичні	Самостійна робота
Частина 1. "Математичні моделі, в тому числі дискретні, які потребують розв'язання або зводяться до алгебраїчної проблеми власних значень"				
1	**Тема 1.** Математичні моделі, які потребують розв'язання або зводяться до алгебраїчної проблеми власних значень. Постановки задач. *Самостійна робота:* На прикладі задач за темою дисертаційної роботи провести аналіз та можливе вирішення шляхом використання задач на власні значення.	2		4
2	**Тема 2.** Проекційно-варіаційні методи дискретизації задач про власні коливання конструкцій та систем. *Самостійна робота:* Отримати дискретну задачу про власні коливання, використовуючи метод скінченних елементів.	2		4
3	**Тема3.** Методи дискретизації задач дослідження стійкості конструкцій та матеріалів. *Самостійна робота:* Отримати дискретну задачу стійкості елемента конструкції.	2		4
Частина 2. "Методи розв'язування алгебраїчної проблеми власних значень симетричних матриць"				
4	**Тема 4.** Методи розв'язування алгебраїчної проблеми власних значень щільних симетричних матриць. Методи дослідження отриманих розв'язків задач на власні значення щільних симетричних матриць. *Самостійна робота:* Вивчити метод Якобі розв'язування узагальненої алгебраїчної проблеми власних значень щільних симетричних матриць.	2		6
5	**Тема 5.** Метод ітерацій на підпросторі розв'язування часткової узагальненої алгебраїчної проблеми власних значень симетричних матриць. Дослідження достовірності отриманих методом ітерацій на підпросторі розв'язків. *Самостійна робота:* Вивчити методи LL^{T} та LDL^{T} розвинення симетричних матриць.	2		4
6	**Тема 6.** Градієнтні ітераційні методи розв'язування часткової узагальненої алгебраїчної проблеми власних значень розріджених симетричних матриць. *Самостійна робота:* Вивчити алгоритми структурної регуляризації розріджених симетричних матриць.	2		4

Частина 3. "Алгоритми розв'язування на комп'ютерах з паралельною організацією обчислень алгебраїчної проблеми власних значень симетричних матриць"				
7	**Тема 7.** Алгоритми розв'язування алгебраїчної проблеми власних значень щільних симетричних матриць на комп'ютерах з паралельною організацією обчислень різної архітектури. *Самостійна робота:* Вивчити паралельний алгоритм методу бісекції знаходження власних значень тридіагональної симетричної матриці.	2		4
8	**Тема 8.** Алгоритми розв'язування на комп'ютерах з паралельною організацією обчислень різної архітектури часткової узагальненої алгебраїчної проблеми власних значень симетричних матриць методом ітерацій на підпросторі. *Самостійна робота:* Вивчити та експериментально дослідити алгоритми розв'язування на комп'ютерах MIMD-архітектури систем лінійних алгебраїчних рівнянь з трикутними розрідженими матрицями.	2		4
9	**Тема 9.** Алгоритми розв'язування на комп'ютерах з паралельною організацією обчислень різної архітектури часткової узагальненої алгебраїчної проблеми власних значень розріджених симетричних матриць градієнтими ітераційними методами. *Самостійна робота:* Вивчити та експериментально дослідити алгоритми розв'язування на комп'ютерах гібридної архітектури систем лінійних алгебраїчних рівнянь з трикутними розрідженими матрицями. Проєкт з дослідження паралельних алгоритмів розв'язування часткової алгебраїчної проблеми власних значень стрічкових симетричних матриць.	2		6
ВСЬОГО		18		40

Загальний обсяг *60 годин*, в тому числі:

Лекцій – **18** *годин*,

Консультації – **2** *години,*

Самостійна робота – **40** *годин***.**

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. Бате К., Вилсон Е.Л. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 447 с.
2. Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений.- М.: Мир, 1984.- 334 с.
3. Парлет Б. Симметричная проблема собственных значений. – М.: Мир, 1983.– 382 с.
4. Уилкинсон Дж.Х. Алгебраическая проблема собственных значений. М.: Наука, 1970. 564 с.
5. Химич А.Н., Молчанов И.Н., Попов А.В., Чистякова Т.В., Яковлев М.Ф. Параллельные алгоритмы решения задач вычислительной математики. – Киев: Наукова думка, 2008. – 247 с.

6. Khimich A.N., Popov A.V. & Polyanko V.V. Algorithms of parallel computations for linear algebra problems with irregularly structured matrices. Cybernetics and Systems Analysis. 2011, Vol. 47, P. 973–985. https://doi.org/10.1007/s10559-011-9377-4.

Додаткові:

7. Писанецки С. Технология разреженных матриц – М.: Мир, 1988. – 410с.
8. Уилкинсон Дж.Х., Райнш К. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. М.: Машиностроение, 1976, 389 с.
9. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкции. К.: Факт, 2007. – 394 с.
10. A.Yu. Baranov, A.V. Popov, Y.E. Slobodyan, and A.N. Khimich, Mathematical modeling of building constructions using hybrid computing systems, J. Autom. Inform. Sci., 2017. Vol. 49, Iss. 7, P. 18–32. **DOI:** 10.1615/JAutomatInfScien.v49.i7.20.
11. Khimich A.N., Popov A.V., Chistyakov O.V. Hybrid Algorithms for Solving the Algebraic Eigenvalue Problem with Sparse Matrices. Cybernetics and Systems Analisys. 2017. V. 53, N. 6. P. 937–949. https://doi.org/10.1007/s10559-017-9996-5.
12. O. Khimich, A. Popov, A. Chistyakov. Effective Use of Sparse Matrices in Problems of Mathematical Modeling. CEUR, 2023, P. 212–22, https://ceur-ws.org/Vol-3501/s20.pdf.
13. Khimich A.N., Popov A.V., Chistyakov O.V., Sidoruk V.A. A Parallel Algorithm for Solving a Partial Eigenvalue Problem for Block-Diagonal Bordered Matrices. Cybernetics and Systems Analisys. 2020. V. 53, N. 6. P. 913–923. https://doi.org/10.1007/s10559-020-00311-z.
14. Khimich O.M., Popov O.V., Chistyakov O.V., Kokhanovsky V.O. . Adaptive Algorithms for Solving Eigenvalue Problems in the Variable Computer Environment of Supercomputers Cybernetics and Systems Analysis , Vol. 59, No 4, 2023. DOI: https://doi.org/10.1007/s10559-023-00583-1
15. Попов О.В. Комп'ютерне дослідження достовірності розв'язків узагальненої алгебраїчної проблеми власних значень // Компьютерная математика. Сб. науч. трудов. – 2012. – Вып. 1. – С.52-59.
16. NetLib [Електронний ресурс] – 2015. – https://www.netlib.org/
17. Math Kernel Library [Електронний ресурс]. – https://software.intel.com./en-us/mkl.
18. cuBLAS [Електронний ресурс]. – https://developer.nvidia.com/cublas.
19. cuSparse Library [Електронний ресурс]. – https://docs.nvidia.com/cuda/cuSPARSE/
20. Magma [Електронний ресурс]. – https://icl.cs.utk.edu/magma/
21. SLEPc [Електронний ресурс] – 2015. – https://slepc.upv.es/
22. LIS [Електронний ресурс] – 2015. – https://www.ssisc.org/lis/

ПоповО.В.,2025 рік